**Řešení úloh z 11. 3 – 17. 3. 2020**

**Domácí úloha 1**

Vypočtěte pro stejně složené osudí pravděpodobnosti, že

1. Nevytáhneme modrou, b) nevytáhneme žlutou, c) nevytáhneme červenou, d) vytáhneme černou.

V osudí je 7 modrých, 9 černých, 6 žlutých a 8 červených koulí. Jednu kouli poslepu náhodně vytáhneme. Určete pravděpodobnost jevu: „nevytáhneme černou“.

a) V osudí je 30 koulí, z toho 7 modrých a 23 ostatních. Z hlediska otázky zadání je příznivý každý výsledek vytažení některé z ostatních 23 koulí, přitom koulí (výsledků) je celkově 30. Odtud získáváme odpověď

b) V osudí je 30 koulí, z toho 6 žlutých a 24 ostatních. Z hlediska otázky zadání je příznivý každý výsledek vytažení některé z ostatních 24 koulí, přitom koulí (výsledků) je celkově 30. Odtud získáváme odpověď

c) V osudí je 30 koulí, z toho 8 červených a 22 ostatních. Z hlediska otázky zadání je příznivý každý výsledek vytažení některé z ostatních 22 koulí, přitom koulí (výsledků) je celkově 30. Odtud získáváme odpověď

d) V osudí je 30 koulí, z toho 9 červených a 21 ostatních. Z hlediska otázky zadání je příznivý každý výsledek vytažení některé z černých 9 koulí, přitom koulí (výsledků) je celkově 30. Odtud získáváme odpověď

Pravděpodobnost ,,vytáhneme černou´´ je 30 procent, ,,nevytáhneme černou´´ je 70 procent. Dohromady je 100 procent, což odpovídá skutečnosti, že všechny pokusy s taháním koule odpovídají právě jednomu jevu. Tyto jevy jsou tzv. komplementární.

**Domácí úloha 2**

Určete pravděpodobnost, že při hodu třemi stejnými mincemi padne:

a/třikrát líc (panna) b/třikrát rub (orel)

c/ dvakrát rub (orel) a jednou líc (panna) d/jiný výsledek než stejná strana na všech mincích

Výsledky můžeme najít podle tabulky k Řešené úloze B, nabídneme však jiný postup.

Je-li více jevů nezávislých (navzájem se neovlivňujících), potom pravděpodobnost jejich současného výskytu získáme jako součin pravděpodobnosti jednotlivých výskytů.

Pro dva nezávislé jevy A, B platí

Pro dva nezávislé jevy A, B, C platí

Množinová operace ,,průnik´´ zde odpovídá průniku jevů, tedy tomu, že oba naráz nastanou.

Nyní aplikujme na jednotlivé příklady

a)

b)

c) Kombinace dvou orlů a jedné panny může nastat třemi způsoby. Orel – orel – panna, orel – panna – orel, panna – orel – orel. Pravděpodobnost každého způsobu propočteme podle předchozího a tyto tři výsledky sečteme. To můžeme provést kdykoliv, kdy tři způsoby jsou navzájem disjunktní, tj. jednoznačně odlišné, nepřipouštějící situaci spadající do více kategorií.

d) Jiný výsledek než stejná strana na všech mincích nastane pokaždé, když pokus proběhne (1 nebo 100 %) a nedopadne variantou samá panna (-0,125 nebo -12,5 %) ani variantou samý orel (-0,125 nebo -12,5 %). Tedy zapisujeme

**Domácí úloha 3**

Určete pravděpodobnost, že během pěti hodů kostkou nehodíte ani jednou šestku.

Zde se jedná o 5 nezávislých hodu, příznivý průběh vyžaduje v každém hodu ,,nešestku´´, což se stane s pravděpodobností 5/6.

**Domácí úloha 4**

Určete pravděpodobnost, že během deseti hodů kostkou hodíte alespoň jednou šestku.

Jedná se o všechny výsledky deseti hodů (100 %), s výjimkou těch, kdy nepadne vůbec žádná šestka.

**\*Domácí úloha 5 (Bonusová)**

Hazardní hráč hází třemi kostkami, položil G. Galileimu otázku: "Mám vsadit na součet 11 nebo součet 12?" Co mu Galilei odpověděl?

Výhodnější je vsadit na ten součet, který nastane častěji. A to bude součet 11.

Můžeme pozorovat, že extrémní součty typu 3 (3x jednička) a 18 (3x šestka) mohou nastat jediným způsobem. Naopak umírněné součty typu 6 mohou nastat mnoha způsoby, tedy 1 + 1 + 4, 1 + 4 + 1, 4 + 1 + 1, 2 + 2 + 2, 1 + 2 + 3, 1 + 3 + 2, 2 + 1 + 3, 2 + 3 + 1, 3 + 1 + 2, 3 + 2 + 1.

Lze vyzkoušet i pro další případy. Např. součet 4 lze získat 3 způsoby (1 + 1 + 2 a posuny té 2), ale součet 5 hned 6 způsoby (1 + 1 + 3 a posuny té 3, 2 + 2 + 1 a posuny té 1).

Jestliže průměrná hodnota kostky je 3,5 (protilehlé strany mívají součet 7, všech 6 stran má součet 21), potom průměrný výsledek trojího hodu je 10,5.

Protože součet 11 je tomuto průměrnému výsledku blíže, bude nastávat častěji.

**Řešená úloha A:** V osudí je 7 modrých, 9 černých, 6 žlutých a 8 červených koulí. Jednu kouli poslepu náhodně vytáhneme. Určete pravděpodobnost jevu: „nevytáhneme černou“.

**Řešení**

Protože losujeme poslepu a barva neovlivní náš tah, je každá jedna koule stejně pravděpodobná a bude pro nás elementárním výsledkem. To nám umožní použít jednoduchý vzorec

Sledovaným jevem je ,,koule nečerné barvy“, takže jde o 21 koulí ze 30 celkových. Odtud vychází

, máme tedy tři možné zápisy výsledku.

Odpověď: Pravděpodobnost vytažení koule jiné než černé barvy je 70 %.

**Řešená úloha B:** Určete pravděpodobnost, že při hodu třemi stejnými mincemi padne

1. dvakrát líc (panna) a jednou rub (orel)
2. stejná strana na všech mincích

**Řešení**

Pokud bychom mince vhodně označili (stačí je seřadit podle hodnoty nebo data ražby) můžeme rozlišit osm stejně možných (pravděpodobných výsledků)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | První mince | Druhá mince | Třetí mince |
| Výsledek I | orel | orel | orel |
| Výsledek II | orel | orel | panna |
| Výsledek III | orel | panna | orel |
| Výsledek IV | orel | panna | panna |
| Výsledek V | panna | orel | orel |
| Výsledek VI | panna | orel | panna |
| Výsledek VII | panna | panna | orel |
| Výsledek VIII | panna | panna | panna |

Z hlediska a) jsou sledovanému jevu příznivé výsledky IV, VI, VII. Tedy 3 z 8 celkových a pravděpodobnost je .

Z hlediska b) jsou sledovanému jevu příznivé výsledky I a VIII. Tedy 2 z 8 celkových a pravděpodobnost je .

**Řešená úloha C:** Určete pravděpodobnost, že ve třech hodech po sobě hodíte 6.

**Řešení**

Elementárními výsledky (o stejné pravděpodobnosti) jsou trojice výsledků z naházení kostek (1, 1, 1), (1, 1, 2), (1, 1, 3), (1, 1, 4), (1, 1, 5), (1, 1, 6), (1, 2, 1), …, (1, 2, 6), (1, 3, 1), …, (1, 6, 6), (2, 1, 1), …, (2, 6, 6), (3,1, 1), …, (6, 6, 6). Celkově jich je 216 = 6 x 6 x 6.

Přitom pouze jediný výsledek (6, 6, 6) je příznivý sledovanému jevu. Pravděpodobnost tedy činí .

**Řešená úloha D:** Určete pravděpodobnost, že ve čtyřech hodech po sobě hodíte větší číslo než 4.

**Řešení**

V tomto případě máme v každém pokusu větší hrozbu hodit číslo do 4 včetně (4 možnosti), nežli šanci nad 4 (jen 2 možnosti). Budeme postupovat jinak. Představme si, že házení kostek vzdáme v okamžiku, kdy padne číslo do 4 včetně. Potom můžeme uvažovat, že máme jen třetinovou (2 ze 6 možností kostky) šanci postoupit do druhého hodu. Poté jen třetinovou šanci postoupit do třetího hodu, opět třetinovou šanci postoupit do čtvrtého hodu a konečně třetinovou šanci i v tomto hodu uspět.

Výsledkem je

.