**Podpůrný samostudijní list: Geometrické posloupnosti**

**Opakování z (před)minula**

Posloupnosti bychom měli již nyní umět rozčlenit do 3 kategorií, z nichž 1 jsme v (před)minulém listu prošli zevrubněji a další 2 jsme jen naznačili. (Tím se odkazuji na velký list o aritmetických posloupnostech.)

**Aritmetické posloupnosti**

Principem aritmetické posloupnosti je stálá diference *d*, vyjadřující rozdíl mezi dvěma po sobě jdoucími členy, po celý průběh posloupnosti. Platí tedy obecný vzorec , což v praxi znamená

Funkce jsou schodovité s tím, že mezi dvěma čísla je stejný schod – kladný pro rostoucí aritmetické posloupnosti, záporný pro klesající aritmetické posloupnosti.

**Geometrické posloupnosti**

Fungují podobně jako aritmetické posloupnosti, ale místo sčítání (odčítání) u nich dochází k opakovanému násobení (dělení). Faktorem není diference *d*, ale kvocient *q*. Důležitý význam prvního členu však platí zcela analogicky. Více v dalším pojednání.

**Jiné posloupnosti**

Existují posloupnosti, u kterých nemůžeme vysledovat ani jeden typ zákonitosti, příkladem je Fibonacciho posloupnost, kterou uvádím v závěru listu o aritmetických posloupnostech.

**Geometrické posloupnosti: Základní myšlenka, charakterizace 1. členem a kvocientem**

Geometrické posloupnosti jsou ,,seznamy čísel s opakovaným přenásobením´´, neustále násobíme (nebo dělíme) stejným číslem.

Geometrická posloupnost je charakterizována vždy dvojicí čísel, číslo značí první člen posloupnosti (její start), zatímco číslo značí její typickou změnu.

Např. posloupnost čísel 16, 8, 4, 2, 1, 1/2, 1/4, 1/8, 1/16, 1/32, … má princip ,,začni číslem 16, potom klesej vždy děl 2x“ - což ještě trochu převyprávíme ,,začni číslem 16, potom klesej vždy násob krát jedna polovina“, což zapíšeme jako , . Jde tedy o geometrickou posloupnost s 1. členem 16 a kvocientem 1/2. Kladný kvocient značí neměnnost znaménka, skutečnost, že je menší než 1, postupné zmenšování hodnot.

Značkuopět čteme jako *n-tý člen posloupnosti*. V tomto případě např. , (hodnota 5. a 10. členu posloupnosti).

**Výpočet členu posloupnosti z pořadového čísla, konstrukce vzorce**

A co když máme najít hodnotu 15. členu posloupnosti V takovém případě se nabízí následující postup – z 1. čísla do 2. čísla musíme udělat 1 krok (tedy 2. člen je polovinou prvního členu), zatímco třeba do 6. čísla musíme udělat 5 kroků (tedy 6. člen je 32x menší než 1. člen – protože v 5 krocích dojde k pěti půlením a 1/2 na 5. je 1/32). Do 15. členu potřebujeme 14 kroků od počátku, a tak násobíme faktorem 1/16 384.

Nyní odvoďme univerzální vzorec. Jestliže hledáme nějaký (n-tý) člen geometrické posloupnosti, začneme v 1. členu a uděláme o 1 krok méně (n - 1) o násobení číslem q, což matematicky zapisujeme

(n-1). Mocnina symbolizuje řadu (n-1) stejných vynásobení

V již uváděném příkladě nabude vzorec podoby .

Z tohoto předpisu můžeme dále odvodit vzorec pro každý člen této posloupnosti

.

A tak můžeme 15. člen počítat také přímým dosazením .

**Shrnutí (4 různé zápisy stejné posloupnosti)**

Posloupnost tak můžeme zapisovat čtyřmi způsoby

1. způsob je neúplný výčet: 16, 8, 4, 2, 1, 1/2, 1/4, 1/8, 1/16, 1/32, …

2. způsob je 1. členem a kvocientem: ,

3. způsob je pomocí vzorce pro n-tý člen (na dosazení):

4. způsob je tzv. rekurentní: , (říká – začni číslem 16 a každé příští bude 2x menší proti svému předchůdci)

**Další příklady**

a) , , , , ,,… (zadáno neúplným výčtem)

Geometrická posloupnost s prvním členem 1/27 a kvocientem 3.

Stačí psát , - zápis 1. členem a kvocientem. Vzorec pro n-tý člen nás vede k úvaze

, takže jsme získali (vzorec pro n-tý člen).

A nakonec rekurentní vzorec na principu – začni 1/27 a násob 3, ten má podobu , .

b) , , , , , , …

Geometrická posloupnost s prvním členem 243 a kvocientem -2/3.

Stačí psát , . Přímý vzorec má podobu . Rekurentní vzorec má podobu , .