**Dva analytické zápisy přímky (vysvětlení), 16. 4. - 21. 4.**

**Obsah**

1) Parametrické vyjádření přímky

2) Vztah bodu a přímky v parametrickém vyjádření

3) Obecná rovnice přímky

a) Nalezená pomocí lineární funkce

b) Nalezená pomocí kolmého vektoru

4) Vztah bodu a přímky v obecné rovnici

5) Obrázek všech situací

Jak známo, přímka je jednoznačně určena svými dvěma body. Odvoďme pro přímku takto určenou dva typy zápisu.

**1) Parametrické vyjádření přímky**

(Lze si nakreslit např. ve cvičení TechAmbition Parametrická rovnice přímky, které můžete znovu projít. Nebo v GeoGebře, kterou přikládám na závěr tohoto díla.)

Mějme přímku, na které leží body a. Z bodu A do bodu B se dostaneme tak, že urazíme směrový vektor . Jinak řečeno, jdeme 3 kroky doprava a 2 kroky nahoru.

Jakými body je tvořena přímka p(AB), kromě dvou již známých? Každým bodem, který leží na jejich spojnici, anebo je dosažitelný jejím prodloužením na tu či onu stranu.

Bod je dosažitelný tak, že z A dojdeme do B a uděláme ještě jednou ten samý krok. Jinak řečeno

Bod je dosažitelný tak, že z A si to namířím do B, ale místo kroku vpřed třikrát vycouvám v opačném směru.

To znamená, že přímku mohu vyjádřit jako součet bodu A (nebo jiného zaručeně na ní ležícího) s násobkem směrového vektoru do jiného bodu. Násobit mohu libovolným reálným číslem, nula znamená zastavení, záporná vyjadřují couvání, kladná původní směr, absolutní velikost natažení či zkrácení cesty. Tomuto libovolném reálnému číslu říkáme parametr t.

(Pokud t omezíme na nezáporná čísla, získáme polopřímku. Pokud t omezíme na číselné rozmezí (interval), získáme dokonce úsečku. Ale tyto „vychytávky“ nyní neřešíme.)

Parametrický zápis sledované přímky

znamená „bod A a jeho posuny o libovolný násobek směrového vektoru“.

(Samozřejmě můžeme místo bodu A použít libovolný jiný bod přímky, nebo nahradit směrový vektor jeho násobkem, ale obvykle máme v zadání snesitelná čísla.)

V našem případě tedy máme zápis

, což můžeme rozepsat po složkách do podoby

**2) Vztah bodu a přímky v parametrickém vyjádření**

A jak zjistíme, že bod leží také na přímce?

a) Uhodnutím , tzn. že bod E je popsán parametrem t = 1,5.

(Výchozí bod A je popsán parametrem t = 0, bod B je popsán parametrem t = 1, bod C je popsán parametrem t = 2, bod D parametrem t = -3.)

Tato metoda je blízká tomu, na co je kladen důraz v TechAmbition.

b) Výpočtem po jednotlivých rovnicích – metoda blízká tomu, jak jsem to naučil mnoho vašich předchůdců

Aby byl bod na přímce, musí pro nějaké t platit obě rovnice naráz.

Aby platila , musí tedy platit (dosazení zkoumané x-ové souřadnice). Pak tedy a proto .

V tuto chvíli máme zajištěno, že dokážeme trefit do poledníku (x-ové souřadnice) pomyslného města (bodu) E. Ale co když ho mineme špatnou rovnoběžkou (y – ovou souřadnicí)?

Pravda se ukáže až testem druhé rovnice! Do ní vcházíme se zkoumanou y-ovou souřadnicí a (jediným) přijatelným parametrem t = 1,5.

, po dosazení , pokračuje na a je vskutku pravda! Tím jsme ověřili, že bod E leží na přímce.

(Kdyby naopak bod na přímce neležel, poznáme to právě neplatností druhé rovnice.)

Diagnostika, že bod neleží na přímce p(AB)?

**BUĎ**

a) Poznáme, že se tam žádným vhodným násobkem vektoru (přičítaného k výchozímu bodu A) netrefíme.

**ANEBO**

b) Z jedné rovnice vyčíslíme kandidátský parametr, dosazením do druhé rovnice zjistíme, že nefunguje.

Začneme-li (x-ovou) rovnicí , je kandidátem t = 2. Ten ale v y-ové rovnici vede na nesmysl . A tím už je jasno, že přímka bod míjí, v tomto případě ho podbíhá.

(Stejně tak bychom nepochodili s opačným pořadím. Z rovnice získáme kandidátský parametr t = 4. Jenže pro něj neplatí první rovnice . To signalizuje, že přímka bod míjí zprava. Lze si ji tedy představit třeba jako spojnici Salzburgu s Ostravou, která projde v Českém Krumlově pražským poledníkem a v Ostravě pražskou rovnoběžkou, zatímco bod reprezentuje samotnou Prahu, ležící mimo tuto spojnici/přímku.)

**3) Obecná rovnice přímky**

Mějme opět přímku, na které leží body a. (Tedy již prozkoumanou v minulém cvičení.)

Obecná rovnice přímky má podobu , kde a, b, c jsou vhodná čísla, zatímco x, y jsou proměnné (neboli okénka, která používáme k testovacímu dosazování, když posuzuje (ne)náležení bodu k přímce).

**3) a) Hledání obecné rovnice přímky pomocí lineární funkce**

Přímky jsou grafy lineárních funkcí, které mají obecný zápis , což nápadně připomíná kýžený tvar rovnice.

Jaká funkce prochází oběma body a?

Pomocí odčítací metody získáváme

(rozdíl)

, tedy

Opětovným dosazením , máme

Tím jsme dostali funkční zápis a nastává čas na likvidaci zlomků (přenásobení trojkou)

, posledním krokem je potom převod na jednu stranu (odečtení 3y a otočení rovnice)

 - tím máme celou přímku popsanou jedinou rovnicí.

**3) b) Hledání obecné rovnice přímky pomocí normálového (kolmého) vektoru**

Obecná rovnice přímky má vlastnost, že dvojice čísel odpovídá kolmému (normálovému) vektoru přímky. My už víme, že směrový vektor přímky má souřadnice .

Kolmý vektor konstruujeme metodou „prohoď složky a jedné otoč znaménko“ (což zaručuje nulovost skalárního součinu, jakožto poznávací znamení kolmosti).

Na je tedy kolmý vektor , tomu říkáme normálový vektor přímky.

Tím se hledaná rovnice posouvá do podoby , kde už zbývá odtajnit číslo schované pod *c*.

Od počátku známe dva body, které na přímce leží (vytvářejí po dosazení číslo 0). Vybereme si ten bez zrádných mínusů, tedy a provedeme jeho dosazení, s garantovaným výsledkem 0 (jelikož víme, že rovnici má splňovat).

, aby vše sedělo, musí nutně platit .

Tím je tajenka nalezena, obecná rovnice přímky má opět tvar .

**4) Vztah bodu a přímky v obecném rovnicovém tvaru**

Potvrdí nám tento zápis, že bod leží na přímce? Dosadíme, uvidíme!

, rovnice platí, tedy bod leží na přímce.

Potvrdí nám tento zápis, že bod neleží na přímce? Dosadíme, uvidíme!

, rovnice neplatí, tedy bod neleží na přímce.

**5) Obrázek, který zahrnuje všechny situace v použitých úlohách**

Pomocí softwaru GeoGebra, který je ke stažení na stránkách [http://www.geogebra.org](http://www.geogebra.org/)

