**Řešené úlohy z analytické geometrie, 6. 5 – 12. 5. 2020**

**Úloha 1 (Z maturity na podzim 2018)**



**Goniometrická metoda výpočtu (dobrý obrázek + starší učivo)**

Odchylkou přímek se rozumí nejmenší ze sevřených úhlů.

(Pro nekolmé přímky jsou dva takové úhly tupé a dva ostré – potom počítáme velikost libovolného z těch ostrých. V případě kolmosti máme ihned odpověď, že odchylka je 90°.)

Odchylka mezi přímkami *p*, *q* je zajisté stejná jako mezi přímkami *p*, *y* (osou), jelikož *y* je rovnoběžná s *q*.



V tom případě nám ale stačí zkoumat pravoúhlý trojúhelník ABC a jeho úhel γ při vrcholu C.



Pro délky stran zjevně platí , . Postavíme-li se do úhlu γ, známe délky protilehlé odvěsny () i přilehlé odvěsny (). Odtud ale již dostáváme

, takže platí

(arkus tangens – *arctg* – je inverzní funkce k tangensu, kterou z kalkulaček známe pod (termínově problematickým) tlačítkem či )

Psáno v terminologii kalkulaček tedy

Úhel tedy činí 38° a cca 2/3 dalšího stupně, což převádíme na 40 úhlových minut ze 60.

Důkladně lze vyčíslit jako , což lze zaokrouhlit na 38°40'.

Správná odpověď je tedy C) 38°40'.

**Analytická metoda výpočtu (aktuální učivo + vzorec pro odchylku)**

Odchylku přímek φ počítáme pomocí (tabulkového) vzorce

, kde **u**, **v** značí směrové vektory obou přímek.

Přímka *q* je svislá, takže jejím směrovým vektorem je jakýkoliv svislý vektor, např. .

Směrový vektor přímky *p* můžeme snadno ztotožnit se spojnicí průsečíků s osami (tj. s přeponou vybarveného trojúhelníku), čímž dostáváme . Také v závěrečném obrázku.

Prvky jmenovatele (součinu dvou délek vektoru) potom připravíme takto

Vzorec pro délku vektoru , anebo pythagorovská rozvaha s malbou pravoúhlého trojúhelníku.

(zpravidla však hned vidíme)

Prvek čitatele (absolutní hodnotu skalárního součinu dvou vektorů) připravíme snadno:

Vzorec (násobení příslušných složek a poté součet)

Potom získáváme , odkud již dopočítáme:

(arkus kosinus funguje analogicky jako výše zmíněný arkus tangens)

, což lze opět dvojím přístupem (jako výše) převést na C) 38°40'.

Ilustrace – zkoumané vektory v analytickém přístupu – zelená odchylka φ je shodná s červeným úhlem γ

