**Podpůrný list k závěrečnému úkolu K2/MAT**

**Vzorové řešení k úloze 1 (Rozeznávání posloupností + další úvahy)**

V následujících tabulkách máte první 4 členy nekonečné posloupnosti. Najděte pravidlo pro získání dalších členů a doplňte 5., 6., 7. a 8. člen.

Ke každé posloupnosti napište, zda je jedná o aritmetickou nebo geometrickou posloupnost a uveďte její diferenci nebo kvocient.

V případě aritmetické posloupnosti najděte součet prvních 20 členů.

(Bonusově můžete tentýž součet najít i pro geometrické posloupnosti.)

(Bonusově můžete též najít přímé vyjádření posloupností vzorcem pro n-tý člen.)

a) Posloupnost

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| 22 | 19 | 16 | 13 |  |  |  |  |

b) Posloupnost

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| -16 | 8 | -4 | 2 |  |  |  |  |

c) Posloupnost

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | 3 |  |  |  |  |

d) Posloupnost

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| -55 | -50 | -45 | -40 |  |  |  |  |

**Posloupnost a)**

Zde vypozorujeme, že při přechodu na další člen vždy poklesneme o 4. Z toho vyplývají možné zápisy

Aritmetická posloupnost s a .

Rekurentní zápis: , .

Zápis vzorcem: ,

resp. .

Další členy , , , .

Součet prvních 20 členů aritmetické posloupnosti - podle vzorce po dosazení máme , kde podle vzorce dopočítáme

, takže vyjde

.

**Posloupnost b)**

Zde vypozorujeme, že při přechodu na další člen vždy zmenšíme 2x a ještě otočíme znaménko. Jinak řečeno, provádíme násobení číslem . Z toho vyplývají možné zápisy

Geometrická posloupnost s a .

Rekurentní zápis: , .

Zápis vzorcem: nebo ,

resp. nebo .

Další členy , , , .

Součet prvních 20 členů geometrické posloupnosti - podle vzorce po dosazení máme , kde vidíme, že jde o nejjednodušší způsob zápisu.

**Posloupnost c)**

Zde vypozorujeme, že při přechodu na další člen vždy zmenšíme 2x a ještě otočíme znaménko. Jinak řečeno, provádíme násobení číslem . Z toho vyplývají možné zápisy

Geometrická posloupnost s a .

Rekurentní zápis: , .

Zápis vzorcem: nebo ,

resp. nebo .

Další členy , , , .

Součet prvních 20 členů geometrické posloupnosti - podle vzorce po dosazení máme , kde vidíme, že jde o nejjednodušší způsob zápisu.

**Posloupnost d)**

Zde vypozorujeme, že při přechodu na další člen vždy vzrosteme o 5. Z toho vyplývají možné zápisy

Aritmetická posloupnost s a .

Rekurentní zápis: , .

Zápis vzorcem: , resp.

Další členy , , , .

Součet prvních 20 členů aritmetické posloupnosti - podle vzorce po dosazení máme , kde podle vzorce dopočítáme

, takže vyjde

.

**Vzorové řešení k úloze 2 (výpočet dalších členů z jednoduchého zápisu)**

1. Najděte prvních 6 členů geometrické posloupnosti, pro kterou

,

(Jako obtížnější bonusové rozšíření spočtěte a vhodně vyjádřete součet prvních 20 členů .)

Ze zákonitosti geometrické posloupnosti snadno plyne

, , , , , .

Dále platí .

1. Najděte prvních 6 členů aritmetické posloupnosti, pro kterou

,

Navíc spočtěte součet prvních 100 členů .

Ze zákonitosti aritmetické posloupnosti snadno plyne

, , , , , .

Dále platí, při využití také součtový vzorec

.

**Úloha 3 (aplikace do slovní úlohy)**

900 tašek dáme do 9 řad tak, aby v každé následující bylo o 5 méně. Kolik je v první řadě?

Zjevně jde o aritmetickou posloupnost, kde neznáme , ale známe , z hlediska úlohy je navíc význačná možná volba.

Dále víme, že .

Pro porovnání se vzorcem je výhodné odvodit .

Potom již získáváme , odkud máme

, čili .

V první řadě je 120 tašek.

Počet postupně klesá až na 80, takže průměrná řada má právě 100 tašek, přitom řad je 9. Tím jsme získali součin 900 a kontrolu naší odpovědi.