**K1/MAT na 21. 10. - 3. 11. (Poziční soustavy)**

**Tento list obsahuje výklad, 4 řešené příklady a po nich čtyři cvičení za domácí úkol, najdete je až na konci a poznáte podle římského číslování.**

**Čísla zapisujeme pomocí tzv. číselných soustav. Dělíme je do dvou základních skupin:**

1. Nepoziční číselné soustavy: Hodnota číslice není dána pořadím v sekvenci číslic. Příkladem je unární/jedničková soustava (počítáme pomocí čárek nebo kuliček na počitadle). Do této kategorie řadíme také římské číslice, kde sčítáme čísla schovaná v písmenech (I = 1, V = 5, X = 10, L = 50, C = 100, D = 500, M = 1000), byť zde platí některá dodatečná pravidla.
2. Poziční číselné soustavy: Hodnota číslice je dána pořadím v sekvenci číslic. Číslic mají sestupnou váhu. Nejběžnějším příkladem je všeobecně používaná desítková soustava.

**Desítková (decimální) soustava**

V desítkové soustavě platí pravidla: 1) Používáme číslice (cifry) 0 – 9. 2) Poslední cifra reprezentuje jednotky, předposlední desítky, třetí od konce stovky, čtvrtá od konce tisíce atd., principem je tedy přenásobování mocnin desítky.

Historicky byla desítková soustava odvozena od počítání na prstech rukou. Desítkovou soustavou počítali již staří Egypťané (jejich říše byla ustanovena cca 3150 př. n. l.)

Napíšeme-li 1592, znamená to

$1⋅10^{3}+5⋅10^{2}+9⋅10^{1}+2⋅10^{0}=1⋅1000+5⋅100+9⋅10+2⋅1\left(1000+500+90+2\right)$.

**Poziční soustavy o jiném základu – zvláště dvojková (binární) soustava**

Poziční soustavy o jiném základu fungují na stejném principu jako desítková soustava, jen příslušný základ soustavy je odlišný. Nejčastější poziční soustavou o jiném základu je dvojková soustava.

Dvojková soustava se používá v moderních počítačích, jelikož její dvě cifry (0 a 1) lze modelovat jako vypnuto – zapnuto, případně pravda – nepravda. (Číslo zapsané v dvojkové soustavě se nazývá binární číslo.)

Napíšeme-li ve dvojkové soustavě 101, znamená to $1⋅2^{2}+0⋅2^{1}+1⋅2^{0}=1⋅4+0⋅2+1⋅1=4+0+1=5$ v desítkové soustavě.

**Převody mezi desítkovou a dvojkovou soustavou**

Vyplatí se znát řadu mocnin dvojky $2^{0}=1$, $2^{1}=2$, $2^{2}=2⋅2=4$, $2^{3}=2⋅2⋅2=8$, $2^{4}=2⋅2⋅2⋅2=16$, $2^{5}=2⋅2⋅2⋅2⋅2=32$. (Lze pokračovat i dále $2^{6}=64$,$2^{7}=128$,$2^{8}=256$,$2^{9}=512$,$2^{10}=1024$.)

**Řešený příklad 1:** Převeďte $$(tzn. převeďte číslo 11001 z dvojkové soustavy do desítkové soustavy).

Řešení: Pokud přecházíme z nezvyklé soustavy do soustavy navyklé, potom je výhodné tvořit přepis odzadu a postupovat pomocí tzv. substituční metody $$.

**Řešený příklad 2:** Převeďte $$(tzn. převeďte číslo 47 z desítkové soustavy do dvojkové soustavy).

Řešení: Pokud přecházíme z navyklé soustavy do soustavy méně obvyklé, potom je výhodné použít metodu dělení základem. V našem případě opakované dělení dvojkou.

$47:2=23,zb.1$(zbytek bude poslední cifrou, podíl použijeme v dalším kroku)

$23:2=11,zb.1$(zbytek bude předposlední cifrou, podíl použijeme v dalším kroku)

$11:2=5,zb.1$(zbytek bude třetí cifrou od konce, podíl použijeme v dalším kroku, atd.)

$$5:2=2,zb.1$$

$$2:2=1,zb.0$$

$1:2=0,zb.1$(nyní jsme na podílu 0, čímž nastal konec algoritmu)

Teď si jen sepíšeme vzniklé zbytky $\left(47\right)\_{10}=\left(101111\right)\_{2}$.

Ověřit můžeme zpětným převodem

$\left(101111\right)\_{2}=\left(1⋅32+0⋅16+1⋅8+1⋅4+1⋅2+1⋅1\right)\_{10}=\left(32+8+4+2+1\right)\_{10}=\left(40+7\right)\_{10}=\left(47\right)\_{10}$.

**Řešený příklad 3:** Převeďte z desítkové do dvojkové soustavy $\left(34\right)\_{10}$

Postup A

Uhodnu rozepsání $$, takže mám dvojkový zápis $\left(100010\right)\_{2}$

Postup B

Metoda postupného dělení

$34:2=17,zb.0$(zbytek bude poslední cifrou, podíl použijeme v dalším kroku)

$23:2=11,zb.1$(zbytek bude předposlední cifrou, podíl použijeme v dalším kroku)

$8:2=4,zb.0$(zbytek bude třetí cifrou od konce, podíl použijeme v dalším kroku, atd.)

$$4:2=2,zb.0$$

$$2:2=1,zb.0$$

$1:2=0,zb.1$(nyní jsme na podílu 0, čímž nastal konec algoritmu)

Získané zbytky sepíši v opačném pořadí a mám výsledek $\left(100010\right)\_{2}$.

**Řešený příklad 4:** Převeďte z dvojkové do desítkové soustavy $\left(11011\right)\_{2}=$

Převádím jako $1⋅16+1⋅8+0⋅4+1⋅2+1⋅1=168+0+2+1=\left(27\right)\_{10}$.

**Cvičení I:** Převeďte čísla z dvojkové soustavy do desítkové soustavy

a) $\left(100\right)\_{2}=$

b) $\left(101\right)\_{2}=$

1. $$\left(110\right)\_{2}=$$
2. $$\left(111\right)\_{2}=$$
3. $$\left(1010\right)\_{2}=$$
4. $$\left(1100\right)\_{2}=$$

**Cvičení II:** Převeďte čísla z desítkové soustavy do dvojkové soustavy

1. $$\left(9\right)\_{10}=$$
2. $$\left(13\right)\_{10}=$$
3. $$\left(19\right)\_{10}=$$
4. $$\left(27\right)\_{10}=$$
5. $$\left(28\right)\_{10}=$$
6. $$\left(32\right)\_{10}=$$

**Cvičení III:** Převeďte čísla z dvojkové soustavy do desítkové soustavy

a) $\left(11010\right)\_{2}=$

b) $\left(10011\right)\_{2}=$

c) $\left(101000\right)\_{2}=$

d) $\left(111010\right)\_{2}=$

**Cvičení IV:** Převeďte čísla z desítkové soustavy do dvojkové soustavy

a) $\left(57\right)\_{10}=$

b) $\left(68\right)\_{10}=$

c) $\left(89\right)\_{10}=$

d) $\left(111\right)\_{10}=$