**Pythagorova věta (a trojúhelníková nerovnost), ke 4. úseku**

**Pro všechny trojúhelníky**

**Definice trojúhelníku:** Trojúhelník je geometrický útvar určený třemi body, neležícími v jedné přímce.

**Trojúhelníková nerovnost:** Z předchozí definice vyplývá, že součet délek dvou kratších stran trojúhelníku musí být větší než délka nejdelší strana trojúhelníku.

Tedy libovolné dvě strany trojúhelníku mají vyšší součet délek oproti zbývající straně. Platí zároveň:

$a+b>c$,

$a+c>b$,

$b+c>a$.

**Pro pravoúhlé trojúhelníky**

U pravoúhlých trojúhelníků nazýváme nejdelší stranu přepona (proti pravému úhlu), dvě zbylé jsou odvěsny (ty svírají pravý úhel).

**Pythagorova věta (znění 1):** Čtverec sestrojený nad přeponou **pravoúhlého** trojúhelníku má stejný obsah, jako je součet obsahů čtverců nad odvěsnami.

**Pythagorova věta (znění 2):** V každém pravoúhlém trojúhelníku je druhá mocnina délky přepony rovna součtu druhých mocnin délek obou odvěsen.

**Pythagorova věta (vzorec)**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Přepona | Odvěsny | Vzorec |
| c | a, b | $$c^{2}=a^{2}+b^{2}$$ |
| b | a, c | $$b^{2}=a^{2}+c^{2}$$ |
| a | b, c | $$a^{2}=b^{2}+c^{2}$$ |

Cvičení 1: Žebříky štaflí jsou dlouhé 3 metry. Jsou-li štafle postavené na zemi, je vzdálenost dolních konců žebříků 1 metr. Do jaké výšky štafle sahají?

Cvičení 2: Jak dlouhou kládu potřebují dobyvatelé hradu, aby ji mohli opřít o vrcholy hradeb ? Hradby jsou vysoké 9 metrů a jsou obehnány močálovým příkopem širokým 12 metrů.

Cvičení 3: Kolik korun stojí omítnutí štítu střechy domu tvaru rovnoramenného trojúhelníku, stojí-li 1 m2 omítky 150 Kč? Výška rovnoramenného trojúhelníku je 6 metrů, velikost jeho ramen je 10 metrů.

Cvičení 4: Balon B na laně dlouhém 45 metrů se vznáší svisle nad místem X, kde je připoután. Když zafoukal vítr, vychýlil se balon tak, že byl svisle nad místem Y. Jak vysoko byl balon nad místem Y, jsou-li místa X, Y na vodorovném terénu a jejich vzdálenost je 15 m?

Cvičení 5: Rozhodněte početně, zda jsou následující trojúhelníky pravoúhlé. Rozhodněte, který trojúhelník vůbec neexistuje.

1. Trojúhelník $ABC$, kde $a=3cm$, $b=4cm$,$c=5cm$.
2. Trojúhelník $ABC$, kde $a=13cm$, $b=12cm$,$c=5cm$.
3. Trojúhelník $ABC$, kde $a=8cm$, $b=10cm$,$c=6cm$.
4. Trojúhelník $KLM$, kde $k=5cm$, $l=6cm$,$m=11cm$.
5. Trojúhelník $KLM$, kde $k=15cm$, $l=17cm$,$m=8cm$.
6. Trojúhelník $KLM$, kde $k=4cm$, $l=3cm$,$m=2cm$.

Cvičení 6: Vyberte si z předchozího cvičení jeden pravoúhlý a jeden nepravoúhlý trojúhelník a narýsujte jej, čímž ověříte pravdivost získaného početního výsledku.

Cvičení 7: Čtverci o straně 5 cm je opsána a vepsána kružnice. Určete poloměry obou kružnic.

Cvičení 8: Pyramida se čtvercovou základnou je vysoká 50 metrů. Má výšku boční stěny 80 m. Určete šířku základny pyramidy. Případně můžete spočítat také objem a povrch této pyramidy.

Cvičení 9: Automobil jel z bodu A 20 km severním a potom 30 km východním směrem. Zastavil se v bodě B. Jaká je vzdálenosti bodů A a B?

Cvičení 10: Přední stěna u stanu typu ,,áčko´´ měří u země 150 cm. Boční stěna stanu od země k vrcholu stanu 180 cm. Jak vysoký je stan?

Cvičení 11: Žebřík opřený o zeď je dlouhý 10 metrů. Jeho pata je vzdálena od stěny 2 metry. V jaké výšce je umístěn vrchol žebříku?

Cvičení 12: Určete, která ze trojic čísel určuje délky stran pravoúhlého trojúhelníku:

1. 4, 5, 6
2. 5, 12, 13
3. 2, , 3

Cvičení 13: Rozhodněte, zda každý pravoúhlý trojúhelník o stranách , , je pravoúhlý.

Cvičení 14: Je dán pravoúhlý trojúhelník $ABC$ s přeponou $c$. Vypočítejte délku chybějící strany, jestliže znáte strany

$a=7,2cm$, $c=9cm$.

Cvičení 15: Rozhodněte početně (bez rýsování, lze se orientovat náčrtkem), zda jsou následující trojúhelníky pravoúhlé.

1. $$a=10cm,b=20cm,c=30cm$$
2. $$a=12cm,b=35cm,c=37cm$$

Cvičení 16: S využitím libovolné geometrické věty (Pythagorova, Euklidova o výšce, Euklidova o odvěsnách) narýsujte úsečku délky $\sqrt{18}cm$.