**Podpůrný list I ke kombinatorickému pravidlu součinu**

**Kombinatorické pravidlo součinu**

Jestliže sestavujeme k-tici prvků $\left(p\_{1},p\_{2},…,p\_{k}\right)$, kde každý prvek $p\_{i}$ vybíráme z množiny $M\_{i}$ o velikosti $n\_{i}$ (přitom $i=1,2,...,k$), potom počet možností, jak k-tici sestavit je součin velikostí množin $n\_{1}∙n\_{2}∙…∙n\_{k}$.

**Řešené příklady**

1) Stanovte počet přirozených čísel od 1 do 1 000 000, které končí čtyřčíslím 2 021.

Každé takové číslo můžeme zapsat jako „šestimístný kód“ \_ \_ 2 0 2 1, kde první dvojčíslí 00 vede k degeneraci na čtyřciferné číslo 2 021 (i takové splňuje zadání), dvojčíslí 01 vede k degeneraci na pěticiferné číslo 12 021 (i takové splňuje zadání) apod.

To znamená, že na první a druhou pozici volíme vždy z 10 cifer (10-členné množiny) 0, 1, 2, …, 9. V případě výskytu 0 na počáteční pozici vždy úspěšně dointerpretujeme, takže ji nemusíme nijak vylučovat.

Počet možností je tedy $10⋅10=100$ .

2) Kolik podmnožin má množina BKP = (Dlouhé Bidlo, Štětináč, Bohouš) , kde BKP je zkratka pro Bratrstvo kočičí pracky?

A) Prostou úvahou lze řešit následovně. Nejprve 2 triviální podmnožiny jsou „všichni“ (všechny prvky) a „nikdo“ (prázdná (pod)množina Ø). Dále existují 3 podmnožiny typu „jen jeden z nich“ a 3 podmnožiny typu „právě jeden chybí“. Tím máme 8 různých podmnožin, které můžeme dokonce i vypsat.

(Dlouhé Bidlo, Štětináč, Bohouš),

Ø (prázdná),

(Dlouhé Bidlo), (Štětináč), (Bohouš),

(Štětináč, Bohouš), (Dlouhé Bidlo, Bohouš), (Dlouhé Bidlo, Štětináč)

B) Kombinatorickým pravidlem součinu lze řešit rychleji. Každý z hochů v podmnožině buď JE nebo NENÍ. To znamená, že každou podmnožinu lze zapsat složením těchto slov – procházíme seznam tří chlapců a pro každého z nich zapíšeme možnost, která nastala.

Volíme tedy trojici prvků, kde každý prvek volíme z dvouprvkové množny (JE, NENÍ).

Počet možností proto činí $2⋅2⋅2=8$ .

**Informatická poznámka**

Důsledkem těchto úvah je i skutečnost, že libovolná množina o N prvcích má přesně $2^{N}$různých podmnožin. To se využívá ve dvojkové soustavě, kde systém 8 zapnutých/vyúnutých elektronek dokáže reprezentovat$2^{8}=256$různých hodnot.

**Kombinatorika - zápis ze čtvrtka 21. 1. 2021**

Kolik pětimístných PIN - kódů můžeme vytvořit s použitím sudých číslic?

Z cifer 0, 2, 4, 6, 8 skládáme 5-místný PIN-kód, nikdo nám nezapověděl jejich opakování.

00000, 00002, 00004, 00006, 00008, 00020, 00022, …, 88888 (pozor, kódy na rozdíl od čísel, mohou začínat 0)

Otázka zní: Kolik takových kódů je?

Na každé pozici mám 5 možností, jak ji vyplnit.

První dvojčíslí už má 5\*5 = 25 možností!

00, 02, 04, 06, 08, 20, 22, 24, 26, 28, 40, 42, 44, 46, 48, 60, 62, 64, 66, 68, 80, 82, 84, 86, 88

Zvolím 1. cifru 5 způsoby, k ní přivolím další 5 způsoby (to už je 25) a potom zase (125), potom 625/4. cifra, 3125/5. cifra.

$$5∙5∙5∙5∙5=5^{5}=3125$$

**Kombinatorické pravidlo součinu**

Jestliže skládáme k-tici prvků $\left(p\_{1},p\_{2},…,p\_{k}\right)$, kde $p\_{i}$ vybíráme z množiny$M\_{i}$ o velikosti $n\_{i}$, potom počet možností, jak k-tici složit je součin velikostí množin $n\_{1}∙n\_{2}∙…∙n\_{k}$.

Skládáme pětici cifer.

k = 5

p1 je cifra z (0, 2, 4, 6, 8), což znamená 5 možností z 5-členné množiny

p2 je cifra z (0, 2, 4, 6, 8), což znamená 5 možností z 5-členné množiny

p3 je cifra z (0, 2, 4, 6, 8), což znamená 5 možností z 5-členné množiny

p4 je cifra z (0, 2, 4, 6, 8), což znamená 5 možností z 5-členné množiny

p5 je cifra z (0, 2, 4, 6, 8), což znamená 5 možností z 5-členné množiny

$$5∙5∙5∙5∙5=5^{5}=3125$$

**Kombinatorické pravidlo součinu**

Jestliže skládáme k-tici prvků $\left(p\_{1},p\_{2},…,p\_{k}\right)$, kde $p\_{i}$ vybíráme z množiny$M\_{i}$ o velikosti $n\_{i}$, potom počet možností, jak k-tici složit je součin velikostí množin $n\_{1}∙n\_{2}∙…∙n\_{k}$.

**Další úloha**

Kolik pětimístných PIN - kódů můžeme vytvořit s použitím sudých číslic, tak aby se žádná cifra neopakovala?

02468, 02486, 02648, 02684, …, 86204, 86240, 86402, 86420 – jen tento typ se uznává.

Skládáme pětici cifer.

k = 5

p1 je cifra z (0, 2, 4, 6, 8), což znamená 5 možností z 5-členné množiny

p2 je cifra z (0, 2, 4, 6, 8) bez 1 použitého členu, což znamená 4 možnosti z 5-členné množiny

p3 je cifra z (0, 2, 4, 6, 8) bez 2 použitých členů, což znamená 3 možnosti z 5-členné množiny

p4 je cifra z (0, 2, 4, 6, 8) bez 3 použitých členů, což znamená 2 možnosti z 5-členné množiny

p5 je cifra z (0, 2, 4, 6, 8) bez 4 použitých členů, což znamená 1 možnost z 5-členné množiny

$$5∙4∙3∙2∙1=20∙6=120$$

Mám jen 120 takových možností.