**Exponenciální funkce, únor 2021**

ROZDÍL MEZI MOCNINNOU A EXPONENCIÁLNÍ FUNKCÍ

Mocninná funkce (starší učivo), proměnná x (do níž dosazujeme z vodorovné osy) je umocňována pevně daným exponentem.

Příklad:

Exponenciální funkce (nové učivo), proměnná x (do níž dosazujeme z vodorovné osy) je exponentem pevně daného čísla.

Příklad:

Exponenciální funkce čili exponenciála je matematická funkce ve tvaru

*,* kde .

Pevně dané číslo *a* se nazývá základ (báze). Proměnné *x* se říká exponent (mocnitel).

Video (začátečnické) <https://www.youtube.com/watch?v=nqpn0SQB5ds>

Video (pokročilé)

<https://www.youtube.com/watch?v=Kas0tIxDvrg>

**Příklad 1:** Doplňte tabulku s hodnotami funkce . Poté sestavte graf!

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| y=2x | 1/8 = 0,125 | ¼ = 0,25 | ½ = 0,5 | 1 | 2 | 4 | 8 |

(cokoliv na nultou je 1, s jistým sporem o to, zda i 0 na 0-tou je 1)

**Příklad 2:** Doplňte tabulku s hodnotami funkce 

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| y |  |  |  |  |  |  |  |

**Příklad 3:** Do jednoho grafu vyneste obě předchozí funkce

**Příklad 4:** Zodpovězte následující otázky

1. Jaký je průsečík funkce s osou *y*?
2. Jaký je průsečík funkce s osou *y*?
3. Jaký je průsečík funkce s osou *x*?
4. Jaký je průsečík funkce s osou *x*?
5. Jaký je definiční obor obou funkcí?
6. Jaký je obor hodnot obou funkcí?
7. Na jakém intervalu jsou obě funkce rostoucí?
8. Na jakém intervalu platí ?
9. Na jakém intervalu platí ?

**Příklad 5:** Doplňte tabulku s hodnotami funkce 

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| y |  |  |  |  |  |  |  |

**Příklad 6:** Doplňte tabulku s hodnotami funkce 

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| y |  |  |  |  |  |  |  |

**Příklad 7:** Do jednoho grafu vyneste obě předchozí funkce. Zformulujte, co je na tomto grafu zajímavého.

**Příklad X:** Doplňte tabulku s hodnotami funkce a sestavte graf.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| y | 0,008 (1/125) | 0,04  (1/25) | 0,2 (1/5) | 1 | 5 | 25 | 125 |

… najdu si v tom vzorec! (Součin funkčních hodnot ve dvou navzájem opačných bodech je vždy 1.)

**Příklad Y:** Doplňte tabulku s hodnotami funkce a sestavte graf.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| y | 125 | 25 | 5 | 1 | 0,2 (1/5) | 0,04 (1/25) | 0,008 (1/125) |

Co když mi do a vleze zlomek 1/něco? Něco nazvu b a uvažuji dál.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| y | 0,008 (1/125) | 0,04  (1/25) | 0,2 (1/5) | 1 | 5 | 25 | 125 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| y | 125 | 25 | 5 | 1 | 0,2 (1/5) | 0,04 (1/25) | 0,008 (1/125) |

**Zákonitost**

Pokud máme exponenciální funkce typu a zvolíme dva navzájem převrácené základy, potom získáme dva osově souměrné grafy podle osy *y*.

**Důkaz**

(Logická úvaha, proč to musí platit.)

Mějme tedy funkce a , kde k, l jsou převrácená čísla.

To znamená, že a

Potom platí, že pro každé reálné x je

Další poznatky o exponenciálních funkcích (vhodné také pro aktuální úkol, cvičení 3)

Exponenciální funkce jsou monotónní v celém R (stále rostoucí nebo stále klesající, ale nedojde ke změně).

Jestliže základ *a* funkce je větší než 1, potom je funkce stále rostoucí (na celém R).

Jestliže základ *a* funkce je menší než 1 (mezi 0 a 1), potom je funkce stále klesající (na celém R).

Jestliže je základ 0 či 1, je to konstantní funkce, to není sledovaná kategorie.

Jestliže je základ záporný, nelze funkci spojitě definovat.

*,* kde .

Žádná exponenciální funkce typu nemá průsečík s osou x, obor hodnot jsou totiž (ostře) kladná čísla.

Každá exponenciální funkce typu má jediný průsečík s osou y, ten je .

Exponenciální funkce

Běžný (průměrný, typický) atmosférický tlak v závislosti na nadmořské výšce má charakter (přenásobené) exponenciální funkce.

Tlak v hektopascalech

P\_O je tlak při hladině moře

H nadmořská výška v km

**Jednoduché exponenciální rovnice**

**Společně řešený příklad 8:** Řešte jednoduchou exponenciální rovnici

**Společně řešený příklad 9:** Řešte jednoduchou exponenciální rovnici

**Příklad 10:** Řešte následující exponenciální rovnice

**Společně řešené příklady 11**

Řešte exponenciální rovnice

**Příklady 12**

Řešte exponenciální rovnice

**Společně řešené příklady 13**

Řešte exponenciální rovnice

**Příklady 14**

Řešte exponenciální rovnice



**Exponenciální funkce a rovnice (pokračování)**

**Klíčový vzorec I**

Umocňování celé mocniny vede na součin exponentů.

**\*Důsledek KVI**

Odmocňování mocniny vede na podíl exponentů.

**Společně řešené příklady 15**

Řešte exponenciální rovnice

**Příklady 16**

Řešte exponenciální rovnice



**\*Příklady 17**

Řešte exponenciální rovnice

**Klíčový vzorec II**

Součin mocnin stejného čísla odpovídá mocnině tohoto čísla se sečteným exponentem.

**\*Důsledek KVII**

Podíl mocnin stejného čísla odpovídá mocnině tohoto čísla s rozdílem exponentů.

**Společně řešené příklady 18**

Řešte exponenciální rovnice

**Příklady 19**

Řešte exponenciální rovnice

**Osvojení práce s exponenciálními rovnicemi**

Krok Ia)

Rovnice typu , v nichž *x* vychází přirozené.

Krok Ib)

Rovnice typu , v nichž *x* vychází celočíselné.

**Společně řešené příklady:** Řešte jednoduché exponenciální rovnice

Krok Ic)

Rovnice typu , v nichž *x* vychází racionální.

**Společně řešené příklady:** Řešte exponenciální rovnice

Krok IIa)

Rovnice typu , v nichž *x* vychází přirozené.

**Společně řešené příklady:** Řešte exponenciální rovnice

Řešte exponenciální rovnice

Krok IIb) ---- Rovnice typu v nichž *x* vychází celočíselné. Krok IIc) ----- Rovnice typu , v nichž *x* vychází racionální.