**Racionální funkce: Lineární lomené funkce, 27./28. 1. 2021**

Racionální funkce je jakákoliv funkce, kterou lze vyjádřit jako podíl dvou mnohočlenů.

, kde .

Lineární lomená funkce je jakákoliv funkce, kterou lze zapsat jako podíl dvou lineárních funkcí.

, kde .

Nepřímá úměrnost je speciální (jednoduchý) typ lineární lomené funkce, který lze zapsat ve tvaru

, kde . (Tedy (reálné číslo) : (proměnná).) Definičním oborem i oborem hodnot jsou nenulová čísla. Konkrétní zadání slovních úloh potom často tyto obory dále zužuje.

**Úloha 1**

Obsah obdélníku je . Napište vztah mezi velikostmi jeho stran. Zobrazte tento vztah graficky. Určete z grafu stranu čtverce o stejném obsahu.

Pomocná tabulka pro sestrojení grafu

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Strana *a* | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Strana *b* (aby plocha činila 8) |  |  |  |  |  |  |  |  |

**Úloha 2**

Skupina 12 dělníků (stejně výkonných) vykoná určitou práci za 40 dní. Vyjádřete, jak bude záviset počet dní *y*, kdy je tato práce vykonána, na počtu dělníků *x*. Znázorněte tuto závislost graficky. (Nápověda: Nepodaří-li se Vám odvodit předpis vhodné funkce, vězte, že jde o .)

Když přijde dělníků 24 (2x více) je práce hotová za 20 dní.

Když přijde dělníků 4 (3x méně) je práce hotová za 120 dní.

**Nepřímá úměrnost.**

Když přijde 1 dělník (12x méně), bude práce hotová 480 dní (12x déle).

Když přijde 480 dělníků (40x více), bude práce hotová za 1 den (40x rychleji).

**Lze si všimnout, že součin je stále 480.**

Jak dlouho to trvá 30 dělníkům? 16, aby byl součin 480. (480:30 = 16)

Jak dlouho to trvá 32 dělníkům? 15, … (480:32 = 15)

Jak dlouho to trvá 16 dělníkům? 30, … (480:16 = 30)

Jak dlouho to trvá 15 dělníkům? 32, … (480:15 = 32)

12 dělníků … 40 dní

15 dělníků … y dní

----------------------------------

Chci-li rychlé odpovědi na otázky, postavím si funkci

**Úloha 3**

Sestrojte graf funkce , je-li dráha a rychlost od 1 km/h do 100 km/h. Z grafu určete čas pro

a)

b)

c)

d)

**\*Úloha 4**

Kolo průměru *d* metrů se otočilo na dráze celkem *n*-krát. Jaká je závislost mezi průměrem *d* metrů kola a počtem otáček *n*? Znázorněte tuto závislost graficky.

**Obecná lineární lomená funkce**

, kde .

Příklad

Když mám udělat graf takové funkce, zjednoduším ji částečným vydělením.

Podobá se to nepřímé úměrnosti

2 (3x-1) = 6x -2

6x + 4 = 6x + 4

* (6x -2) = -6x + 2

+6

**Asymptota**

Lineární lomená funkce je podílem dvou lineárních dvojčlenů.

Obecně

, kde .

Zde tedy a = -4, b = -6, c = 2, d = 1

Horizontální (vodorovná) asymptota je vždy

, takže y = -2

Odpovídá vždy částečnému podílu, z lineárních (x-ových) členů

Vertikální (svislá) asymptota

, takže x = -1/2

Tato zakázaná hodnota x odpovídá řešení rovnice cx + d = 0, protože tak to právě vyjít nesmí!

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | -3 | -2 | -1 | -1/2 | 0 | 1 | 2 |
| x+1/2 | -5/2 | -3/2 | -1/2 | 0 | 1/2 | 3/2 | 5/2 |
| 2/(x+1/2) | -4/5 | -4/3 | -4 | nelze | 4 | 4/3 | 4/5 |
| -2 – 2(x+1/2) | -6/5  -1,2 | -2/3  -0,67 | 2 | nelze | -6 | -10/3  -3,33 | -14/5  -2,8 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

**Úloha 5**

Upravte předpisy lineárních lomených funkcí tak, aby bylo možné nakreslit jejich graf. Poté grafy nakreslete, s využitím vhodné tabulky.

**Úloha 6**

Upravte předpisy lineárních lomených funkcí tak, aby bylo možné nakreslit jejich graf. Poté grafy nakreslete, s využitím vhodné tabulky.

Doplňte tabulky a sestavte grafy následujících funkcí.

**Úloha 1 (novinka)**

Doplňte tabulku a nakreslete graf funkce (má smysl jen pro )

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 0 | 0,25 | 0,5 | 0,81 | 1 | 2 | 3 | 4 | 9 |
| (=) | 0 | 0,5 | 0,707… | 0,9 | 1 | 1,414… | 1,732… | 2 | 3 |

**Úloha 2 (opakovací)**

Doplňte tabulku a nakreslete graf kvadratické funkce

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | -3 | -2 | -1 | -0,5 | 0 | 0,5 | 1 | 2 | 3 |
|  | 9 | 4 | 1 | 0,25 | 0 | 0,25 | 1 | 4 | 9 |

**Úloha 3 (srovnávací)**

Porovnejte oba grafy a zapište, co je na tomto srovnání zajímavého.

Pravá polovina grafu funkce a graf funkce jsou navzájem osově souměrné podle osy I. a III. Kvadrantu (podle funkce h: y = x).

Toto nastává vždy, když porovnáváme navzájem inverzní funkce (protichůdné funkce).

**Inverzní funkce**

… značka pro inverzní funkci

Původní funkce f dělá toto

x = -1 tak f(x) = 2

x = 0 tak f(x) = 6

x = 1 tak f(x) = 10

Inverzní by měla

x = 2 tak f(x) = -1

x = 6 tak f(x) = 0

x = 10 tak f(x) = 1

Mocninné funkce s racionálním exponentem odpovídají vzorci

Příklady

Definováno jen pro nezáporná x.

(Záporné číslo nelze odmocňovat sudým odmocnitelem, pro SŠ-účely se zapovídá i lichý odmocnitel.)