**Várka úloh 17. – 18. 2. 2021**

Úhel, pod kterým je možné pozorovat vrchol věže ze vzdálenosti 19 m od její paty, byl změřen na 53° od vodorovné roviny. Jak je věž vysoká?

Věž je vysoká přibližně 25,2 metru.



Schodiště má celkovou výšku 3,6 m a svírá s vodorovnou rovinou úhel o velikosti 26°. Vypočítej délku celého schodiště.

Schodiště je dlouhé asi 738 centimetrů.

Když moje kalkulačka neumí kotangens?

Schodiště je dlouhé asi 738 centimetrů.



**Ochutnávka goniometrických vzorců**

Tangens a kotangens jsou pouze převrácené zlomky!!!

→ (zlomky se vykrátí)

 (umožní obejít kotangens u kalkulaček, které ho nemají)

→

→

→ =1

Maximální povolený sklon silniční vozovky je 8,5° . Jak dlouhé musí být stoupání do výšky 150 m?

Úhel, pod kterým je možné pozorovat vrchol věže ze vzdálenosti 19 m od její paty, byl změřen na 53° od vodorovné roviny. Jak je věž vysoká?

V kružnici k(S ; r = 7 cm) máme sestrojit tětivu AB tak, aby jí příslušel středový úhel 110° . Jaká bude délka tětivy? Urči vzdálenost středu tětivy S\_AB od středu kružnice.

Vypočti poloměry kružnice opsané i vepsané pravidelnému pětiúhelníku o straně 10 cm.

Lanová dráha je dlouhá 2610 m a stoupá pod úhlem 35°. Vypočtěte výškový rozdíl dolní a horní stanice lanovky.

**Goniometrické funkce, kolem 5. 2. 2021**

**Příklad s kompletním zápisem řešení**

Lyžařský vlek je dlouhý 1200 metrů a spojuje místa o nadmořské výšce 720 m a 1070 m. Vypočítejte, pod jakým úhlem stoupá. Zaokrouhlete na celé stupně.

**Řešení**

Máme pravoúhlý trojúhelník ABC, kde strany jsou



c = AB = ?,

a = BC = 1070 – 720 = 350 m,

b = AC = 1200 m

β = 90°

α = hledaný úhel

γ = doplňkový úhel

K úhlu α známe protilehlou odvěsnu a přeponu, takže se nabízí sinus jako podíl těchto dvou stran.

V kalkulačkové mluvě

**Úloha A**

Na břehu řeky jsou dva stromy vzdálené od sebe 50 m. Na protějším břehu stojí další strom tak, že spolu s předchozími tvoří pravoúhlý trojúhelník, jehož druhou odvěsnou je šířka řeky. Urči šířku řeky, pokud přepona stromového trojúhelníku svírá s břehem úhel 67° .

Šířka řeky je 117,8 metru.

**Úloha B**

Na opačných koncích náměstí stojí proti sobě kostelní a radniční věž. Kostelní věž je vysoká 45 m a z jejího vrcholu je vidět pata radniční věže pod hloubkovým úhlem . Pata kostelní věže je z vrcholu radniční věže vidět pod hloubkovým úhlem .

1. Bez výpočtu rozhodněte, která z věží je vyšší.
2. Určete výšku radniční věže.
3. Jak dlouhé je náměstí?

 … pokud není kotangens není na kalkulačce

Nejprve máme trojúhelník s odvěsnami K = 45 (kostelní věž) a N (náměstí), s úhlem 23°. V tomto trojúhelníku se nám podaří najít vzorec buď K/N = 45/N = tg 23° (protilehlá odv : přilehlá odvěsna) nebo N/K = N/45 = cotg 23° (přilehlá odv : protilehlá odvěsna).

1A) Získáme N

45/N = tg 23°

1B) Získáme N

N/45 = cotg 23°

2) Získáme R

tg 31° = R/106,01

R = 106,01 x tg 31° = 63,69 metru

**??? Jak přesným odhadem je přímá úměrnost ???**

 metru. O 3 metry méně než skutečnost, asi dvacetinová chyba, okolo 5 %.

Přímá úměrnost by zde fungovala jen přibližně.

Cos 87° asi 1/30

Sin 87° asi odmocnina (1 – 1/900) = odm (899/900) = (899,5/900) = 1799/1800 = 0,9995

 cotg 87 = 1/30 : 0,999 5 = 0,033 333 \* 1,000 5 = 0,033 333 333 … + 0,000 066 666 … = 0,033 399 999 = 0,033 4

Goniometrické funkce jsou skupina matematických funkcí, které jsme ještě blíže nezkoumali.

Sinus, kosinus, tangens, kotangens – čtyři základní goniometrické funkce.

1. Goniometrické funkce dobře popisují pravoúhlé trojúhelníky, reprezentují poměry stran na základě úhlů v trojúhelníku.
2. Ale fungují i na řadu výpočtů v dalších trojúhelnících.
3. Jsou to funkce, které přiřazují úhlu (ve stupních či radiánech) číslo. Radiány jsou výhodnější pro odvozování, ale my většinou použijeme stupně.
4. Aplikaci obvykle děláme ve spolupráci s kalkulačkou.

 a další příklady

Jak fungují goniometrické funkce v pravoúhlém trojúhelníku?

 (na kalkulačkách často tan)

 (na kalkulačkách často cotan, nebo tam vůbec není)

(ko)sinus – vztah odvěsny s přeponou

(ko)tangens – jen odvěsny

PROSINEC

KOPŘIVA

Jaký je sklon žebříku délky 8,9 m, který je svým horním okrajem opřen o kraj zdi vysoké 8,4 m?

Úhel sklonu žebříku je asi 71°.

Štít střechy ve tvaru rovnoramenného trojúhelníku má šířku 12,8 metru. Sklon střechy je 38°. Vypočtěte výšku *v* štítu.

Výška štítu je 5 metrů.

Jak fungují goniometrické funkce v pravoúhlém trojúhelníku?

 (na kalkulačkách často tan)

 (na kalkulačkách často cotan, nebo tam vůbec není)

Vypočítejte výšku stromu, pokud ze vzdálenosti 41 m jej uvidím pod úhlem 15 stupňů.

Strom je vysoký asi 11 metrů.

**Goniometrické vzorce**

Goniometrické funkce jsou liché. (Symetrické podle středu souřadnicové osy)

S výjimkou kosinu, což je sudá funkce. (Symetrická podle osy *y*.)

→

→

→

→

Obecný vzorec

Z něj vyplývá

→ =1

→

→

→

Vypočítejte hodnoty ostatních goniometrických funkcí ostrého úhlu α(ideálně bez počítání samotného úhlu), je-li dáno . Použijte goniometrických vzorců.

**Ochutnávka goniometrických vzorců**

Tangens a kotangens jsou pouze převrácené zlomky!!!

→ (zlomky se vykrátí)

 (umožní obejít kotangens u kalkulaček, které ho nemají)

→

Cos 87° asi 1/30

Sin 87° asi odmocnina (1 – 1/900) = odm (899/900) = (899,5/900) = 1799/1800 = 0,9995

 cotg 87 = 1/30 : 0,999 5 = 0,033 333 \* 1,000 5 = 0,033 333 333 … + 0,000 066 666 … = 0,033 399 999 = 0,033 4

→

→ =1

**Goniometrické funkce obecného úhlu**

Grafické stanovení goniometrických funkcí



Tabulka pro počítání goniometrických funkcí



Cvičení 1: Spočtěte goniometrické funkce následujících obecných úhlů, ideálně bez kalkulačky (pomoci může grafika)

1. sin 225° =
2. cos 135° =
3. tg 240° =
4. cotg 150° =

**Goniometrické funkce obecného úhlu**

Grafické stanovení goniometrických funkcí



Tabulka pro počítání goniometrických funkcí



Cvičení 1: Spočtěte goniometrické funkce následujících obecných úhlů, ideálně bez kalkulačky (pomoci může grafika)

1. sin 225° =
2. cos 135° =
3. tg 240° =
4. cotg 150° =

Cvičení 2: Jaký je sklon žebříku délky 8,9 m, který je svým horním okrajem opřen o kraj zdi vysoké 8,4 m?

Cvičení 3: Žebřík 8,5 m dlouhý je umístěn ve studni a svým dolním koncem vzdálen 0,9 m od stěny studně. Horní část žebříku je opřena o stěnu studně. Jak velký úhel svírá žebřík se dnem studně?

Cvičení 4: Štít střechy rovnoramenného trojúhelníku má šířku 12,8 metru. Sklon střechy je 38°. Vypočtěte výšku *v* štítu.

Cvičení 5: V jakém úhlu stoupá schodiště, jehož schody jsou a) 30 cm široké a 15 cm vysoké, b) 35 cm široké a 16 cm vysoké?

Cvičení 6: Vypočítejte hodnoty ostatních goniometrických funkcí ostrého úhlu *x* (ideálně bez počítání samotného úhlu), je-li dáno

**Úvodní opakování**

Cvičení 1: Převeďte stupně (stupňovou míru) na radiány (obloukovou míru)

1. 54°
2. 162°
3. 540°
4. 405°
5. 60°
6. 120°

Cvičení 2: Převeďte radiány (obloukovou míru) na stupně (stupňovou míru)

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 

**Goniometrické funkce ostrého úhlu**

Pravoúhlé trojúhelníky mají vždy jeden pravý úhel a dva ostré úhly. Od velikosti těchto úhlů se potom odvíjí poměr velikostí jednotlivých stran.

Funkce sinus provádí přiřazení .

Funkce kosinus provádí přiřazení .

Funkce tangens provádí přiřazení .

Funkce kotangens provádí přiřazení .

Cvičení 3: Nakreslete si pravoúhlý trojúhelník ABC, a ověřte platnost vzorců









Cvičení 4: Stanovte obdobně









\*Cvičení 5: Odvoďte hodnotu jednotlivých goniometrických funkcí pro úhel 30°.

\*Cvičení 6: Odvoďte hodnotu jednotlivých goniometrických funkcí pro úhel 45°.

\*Cvičení 7: Odvoďte hodnotu jednotlivých goniometrických funkcí pro úhel 60°.

Cvičení 8: S využitím jednotkové kružnice a úhloměru vypočtěte graficky

1. cos 57°
2. sin 57°
3. cos 20°
4. sin 20°

Cvičení 9: Sečtěte druhé mocniny výsledků ze cvičení 8a), 8b). Co je na výsledku pozoruhodného?

Cvičení 10: Sečtěte druhé mocniny výsledků ze cvičení 8c), 8d). Co je na výsledku pozoruhodného?

\*Cvičení 11: Vyberte si libovolné ze cvičení 5, 6, 7. Ověřte, zda podíl sinus/kosinus odpovídá tangensu příslušného úhlu.

\*Cvičení 12: Vyberte si libovolné ze cvičení 5, 6, 7. Ověřte, zda podíl kosinus/sinus odpovídá kotangensu příslušného úhlu.