**Březnová kombinatorika na 27. 2. – 12. 3. 2021**

**Kombinatorické pravidlo součinu (pěkná formulace podle realisticky.cz)**

Počet všech uspořádaných *k*-tic, jejichž první člen lze vybrat $n\_{1}$ způsoby, druhý člen (po provedeném výběru prvního) $n\_{2}$ způsoby atd. až *k*-tý člen (po provedeném výběru všech předcházejících) $n\_{k}$ způsoby, je roven $n\_{1}∙n\_{1}∙…∙n\_{k}$.

**Permutace (bez opakování) – obvykle vyjde obtížností nastejno s předchozím pravidlem**

Permutace z *n* prvků je uspořádaná *n-tice* sestavená z těchto prvků tak, že každý se v ní vyskytuje právě jednou. (Existují také permutace s opakováním, kde není omezení na jeden výskyt prvku. Nejsou součástí tematického plánu. Ani nebývají předmětem státních maturit z matematiky.)

Počet permutací z *n* prvků odpovídá permutačnímu číslu (faktoriálu):

$$P\left(n\right)=n!=n⋅\left(n-1\right)⋅\left(n-2\right)⋅...⋅3⋅2⋅1$$

**Variace (bez opakování) – obvykle se moc nevyplatí**

Variace *k*-té třídy na *n* prvcích je uspořádaná *k-tice* vybraná z těchto prvků tak, že každý se v ní vyskytuje nejvýše jednou.

(Existují také variace s opakováním, kde není omezení na jeden výskyt prvku. Nejsou součástí tematického plánu. Ani nebývají předmětem státních maturit z matematiky.)

Počet variací *k*-té třídy na *n* prvcích vyplývá z kombinatorického pravidla součinu a odpovídá vzorci:

$$V\_{k}\left(n\right)=n⋅\left(n-1\right)⋅\left(n-2\right)⋅...⋅\left(n-k+1\right)=\frac{n!}{\left(n-k\right)!}$$

**Kombinace (bez opakování) – obvykle se tento vzorec vysoce vyplatí**

Kombinace *k*-té třídy na *n* prvcích je neuspořádaná (\*) *k-tice* vybraná z těchto prvků tak, že každý se v ní vyskytuje nejvýše jednou.

(Existují také kombinace s opakováním, kde není omezení na jeden výskyt prvku. Nejsou součástí tematického plánu. Ani nebývají předmětem státních maturit z matematiky.)

(\*) Pojem neuspořádaná naznačuje, že nezáleží na pořadí prvků, jen na jejich zařazení do výběru.

Počet kombinací *k*-té třídy na *n* prvcích vyplývá (dosti krkolomně) z kombinatorického pravidla součinu a odpovídá vzorci:

$$C\_{k}\left(n\right)=\left(\begin{matrix}n\\k\end{matrix}\right)=\frac{n!}{k!∙\left(n-k\right)!}$$

Značku $\left(\begin{matrix}n\\k\end{matrix}\right)$ čteme „n nad k“ a je vhodné si její vzorec dobře zapamatovat, odvozování úloh přes kombinatorické pravidlo součinu bývá zdlouhavé.

**Úloha 1**

V základní skupině hokejového mistrovství světa hraje 8 týmů, do čtvrtfinále postupují 4 nejlepší, přitom z přesného pořadí plyne výhodnost nasazení do čtvrtfinále.

(Poznámka: 1. má 4. ze druhé základní skupiny, 2. má 3., 3. má 2. a 4. má 1.)

Kolika způsoby může dopadnout souboj o sledované postupové příčky?

Nápověda: Počítáme tedy uspořádané výběry podmnožin.

**Úloha 2**

V basketbalové kvalifikaci hraje 8 týmů, na hlavní turnaj postupují 4 nejlepší, přitom je lhostejné, kdo skončí na které pozici, finálový turnaj se losuje podle jiných kritérií.

Kolika způsoby může dopadnout souboj o postupové příčky?

Nápověda: Počítáme tedy neuspořádané výběry podmnožin.

**Lehčí) Náhradní úloha pro pojištění méně zdatných řešitelů (kdyby se něco nepovedlo)**

Ve třídě 1. A se vyučuje 11 různých předmětů. Kolika způsoby lze sestavit rozvrh na jeden den, vyučuje-li se tento den 6 různých předmětů?

**Těžší) Bonus pro zdatnější řešitele**

Ve které z Úloh 1 a 2 vyšlo méně možností a kolikrát méně jich bylo? Porovnejte s „jemným“ rozdílem mezi použitelnými vzorci. Případně zauvažujte nad objevenou zákonitostí.