**Matematika pro K3, pokračování analytické geometrie (17. 4. - 23. 4.)**

Vyřešte tento pracovní list a odešlete ke kontrole na jan.hoffmann@sskk.cz .

Do listu jsem přidal i některé řešené příklady z tohoto týdne, text je ještě poněkud neurovnaný, ale na osvěžení postupů by měl stačit. Předpokládám, že se k typovým úkolům ještě krátce vrátím ve čtvrteční hodině.

**Cvičení 1**

Mějme body $A[6,5]$, $B[-2,-10]$. Načrtněte body v kartézské soustavě. Jaká je vzdálenost bodů A, B? Spočtěte střed $S\_{AB}$.

**Cvičení 2**

Mějme body $A[-3,-12]$, $B[4,12]$. Načrtněte body v kartézské soustavě. Jaká je vzdálenost bodů A, B? Spočtěte střed $S\_{AB}$.

**Bonus I**

Mějme bod $A[1,4]$. Kde může ležet bod $B[b\_{1},1]$ takový, že $\left|AB\right|=5$? (Má dvě řešení.)

**Bonus II**

Mějme bod $A[-2,-1]$. Kde může ležet bod $B[2,b\_{2}]$ takový, že $\left|AB\right|=5$? (Má dvě řešení.)

**Použitelné vzorce**

**Vzdálenost bodů (délka úsečky mezi body) pomocí vzorců**

Z Pythagorovy věty plyne následující poznatek:

Pro libovolné dva body $A[a\_{1},a\_{2}]$, $B[b\_{1},b\_{2}]$ je jejich vzdálenost totožná s délkou úsečky *AB* a platí

$$d\left(A,B\right)=\left|AB\right|=\sqrt{\left(b\_{1}-a\_{1}\right)^{2}+\left(b\_{2}-a\_{2}\right)^{2}}$$

**Střed úsečky pomocí vzorců**

Střed úsečky spočteme ,,zprůměrováním´´ jejích krajních bodů, sčítáme po složkách a dělíme číslem 2.

$$S\_{AB}=\frac{A+B}{2}=\left[\frac{a\_{1}+b\_{1}}{2},\frac{a\_{2}+b\_{2}}{2}\right]$$

**Nápovědy**

**Snazší krok: Střed úsečky**

**Příklad C**

Mějme body $A[6,-1]$, $B[0,7]$. Načrtněte body v kartézské soustavě. Jaká je vzdálenost bodů A, B? Spočtěte střed $S\_{AB}$.

$$d\left(A,B\right)=\left|AB\right|=\sqrt{\left(b\_{1}-a\_{1}\right)^{2}+\left(b\_{2}-a\_{2}\right)^{2}}$$

$$S\_{AB}=\left[\frac{a\_{1}+b\_{1}}{2},\frac{a\_{2}+b\_{2}}{2}\right]$$

$$S\_{AB}=\frac{A+B}{2}$$

$$\frac{\left[6; -1\right]+\left[0; 7\right]}{2}=\frac{\left[6+0; -1+7\right]}{2}=\frac{\left[6; 6\right]}{2}=[3;3]$$

**Obtížnější krok: Vzdálenost bodů (délka úsečky)**

Vzdáleností bodů rozumíme délku jejich nejkratší spojnice.

„Místa na mapě jsou vzdušnou čarou vzdáleny ………“

Nejkratší spojnicí bodů A, B je úsečka AB.

**Příklad A**

Vypočítejte vzdálenost bodů $K[4,1]$ a $L[1,5]$.

Nápověda: Pomůže vám jeden starší geometrický poznatek.

Domalujeme si do pravoúhlého trojúhelníku a máme to pythagorovsky spočteno.

$$m^{2}=3^{2}+4^{2}$$

$$m=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$$

Jde to ryze početně, bez náčtrtku?

Ano, jde! (Hledanou přeponu nazvěme d jako distance = vzdálenost.)

$$d\left(K,L\right)=\left|KL\right|=\sqrt{\left(1-4\right)^{2}+\left(5-1\right)^{2}}=\sqrt{\left(-3\right)^{2}+\left(4\right)^{2}}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$$

Nyní si zapište odvození vzorečku pro vzdálenost libovolných bodů $A[a\_{1},a\_{2}]$, $B[b\_{1},b\_{2}]$. A tento vzoreček.

$$d\left(A,B\right)=\left|AB\right|=\sqrt{\left(b\_{1}-a\_{1}\right)^{2}+\left(b\_{2}-a\_{2}\right)^{2}}$$

$K[4,1]$ a $L[1,5]$

$$d\left(K,L\right)=\left|KL\right|=\sqrt{\left(1-4\right)^{2}+\left(5-1\right)^{2}}=\sqrt{\left(-3\right)^{2}+\left(4\right)^{2}}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$$

**Příklad B**

Spočtěte vzdálenosti $d\left(A,B\right)=\left|AB\right|$ následujících bodů.

1. $G[7,6]$, $H[13,-2]$

$$d\left(G,H\right)=\sqrt{6^{2}+8^{2}}=\sqrt{36+64}=\sqrt{100}=10$$

$$d\left(G,H\right)=\left|GH\right|=\sqrt{\left(13-7\right)^{2}+\left(-2-6\right)^{2}}=\sqrt{6^{2}+\left(-8\right)^{2}}=\sqrt{36+64}=\sqrt{100}=10$$

1. $C[-1,5]$, $D[4,-7]$

Něco přes 13, asi 13,4; jelikož jsem to zjistila rýsováním.

Po ose x to je 5 kroků doprava

Po ose y to je 12 kroků dolů

Vzdálenost bodů (šikmou úsečku, přeponu) dopočítám Pythagorovou větou

5^2 + 12^2 = 25 + 144

$5^{2}+12^{2}=25+144=169$ a odmocnina je 13.

$$d\left(C,D\right)=\left|CD\right|=\sqrt{169}=13$$

1. $A[1,1]$, $B[2,2]$

V x-ové souřadnici je to 1

V y-ové také 1

$$\sqrt{1^{2}+1^{2}}=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}=1,4142135…$$

1. $E[0,-1]$, $F[2,1]$

$d\left(E,F\right)=\left|EF\right|=\sqrt{\left(2-0\right)^{2}+\left(1+1\right)^{2}}=\sqrt{4+4}=\sqrt{8}=2,83$ (zaokrouhleno)